

EJEMPLO 5 Funciones que requieren trigonometría

Un avión que vuela a 2 millas de altitud se acerca a una estación de radar, como muestra la FIGURA 10.2.6.

- Expresar la distancia d entre el avión y la estación de radar en función del ángulo de elevación θ .
- Expresar el ángulo de elevación θ del avión en función de la separación horizontal x entre el avión y la estación de radar.

Solución Como se ve en la figura 10.2.6, θ es un ángulo agudo de un triángulo rectángulo.

- Se pueden relacionar la distancia d y el ángulo θ con $\sin \theta = 2/d$. Se despeja d y resulta

$$d(\theta) = \frac{2}{\sin \theta} \quad \text{o sea} \quad d(\theta) = 2 \csc \theta,$$

donde $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$.

- La separación horizontal x y θ se relacionan con $\tan \theta = 2/x$. Se aprovecha la función tangente inversa para despejar θ :

$$\theta(x) = \tan^{-1} \frac{2}{x},$$

donde $0 < x < \infty$.

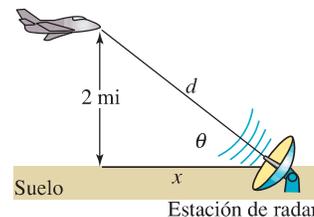


FIGURA 10.2.6 Avión del ejemplo 5

10.2 Ejercicios Las respuestas a los problemas impares seleccionados comienzan en la página RESP-25.

- Un edificio proyecta una sombra de 20 m de longitud. Si el ángulo de la punta de la sombra a un punto en la parte alta del edificio es de 69° , ¿qué altura tiene el edificio?
- Dos árboles están en las orillas opuestas de un río, como se ve en la FIGURA 10.2.7. Se mide una línea de referencia de 100 pies del árbol T_1 y de esa posición se mide un ángulo β a T_2 , que resulta de 29.7° . Si la línea de referencia es perpendicular al segmento de recta entre T_1 y T_2 , calcule la distancia entre los dos árboles.

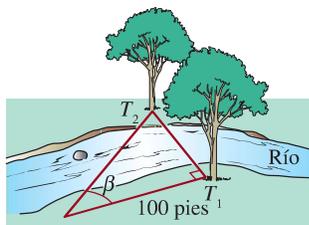


FIGURA 10.2.7 Árboles y río del problema 2

- Una torre de 50 pies está a la orilla de un río. El ángulo de elevación entre la orilla opuesta y la punta de la torre es de 37° . ¿Qué anchura tiene el río?

- Un topógrafo usa un geodímetro para medir la distancia, en línea recta, desde un punto en el suelo hasta la cumbre de una montaña. Con la información de la FIGURA 10.2.8 calcule la altura de la montaña.

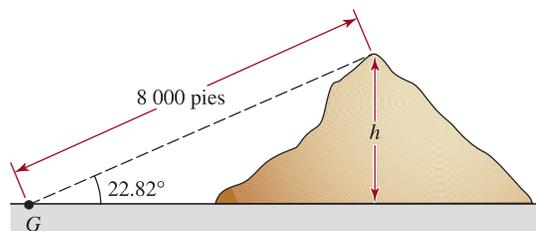


FIGURA 10.2.8 Montaña del problema 4

- Un observador en la azotea del edificio A mide un ángulo de depresión de 27° entre la horizontal y la base del edificio B. El ángulo de elevación del mismo punto en la azotea a la azotea del segundo edificio es de 41.42° . ¿Cuál es la altura del edificio B, si la altura del edificio A es de 150 pies? Suponga que los edificios A y B están sobre el mismo plano horizontal.
- Calcule la altura h de una montaña, con la información de la FIGURA 10.2.9.

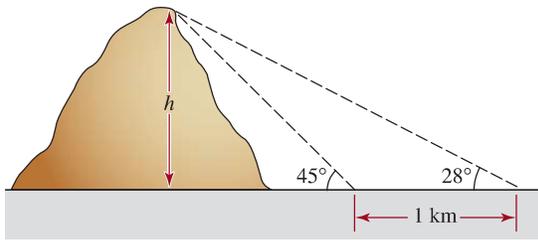


FIGURA 10.2.9 Montaña del problema 6

7. La parte superior de una escalera de 20 pies está recargada contra la orilla del techo de una casa. Si el ángulo de inclinación de la escalera con respecto a la horizontal es de 51° , ¿cuál es la altura aproximada de la casa, y cuál es la distancia del pie de la escalera a la base de la casa?
8. Un avión vuela horizontalmente a 25 000 pies de altura, y se acerca a una estación de radar, ubicada sobre una montaña de 2 000 pies de altura. En determinado momento, el ángulo entre el plato de radar que apunta hacia el avión y la horizontal es de 57° . ¿Cuál es la distancia en línea recta, en millas, entre el avión y la estación de radar en ese instante?
9. Un tramo recto de carretera de 5 millas sube a una montaña de 4 000 pies de altura. Determine el ángulo que forma la carretera con la horizontal.
10. Las dimensiones de una caja se ven en la FIGURA 10.2.10. Calcule la longitud de la diagonal entre las esquinas P y Q . ¿Cuál es el ángulo θ que forma la diagonal con la orilla inferior de la caja?

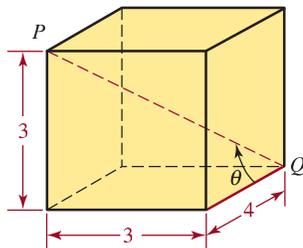


FIGURA 10.2.10 Caja del problema 10

11. Unos observadores en dos pueblos A y B , a cada lado de una montaña de 12 000 pies de altura, miden los ángulos de elevación entre el suelo y la cumbre de la montaña. Vea la FIGURA 10.2.11. Suponiendo que los pueblos y la cumbre de la montaña están en el mismo plano vertical, calcule la distancia entre ellos.

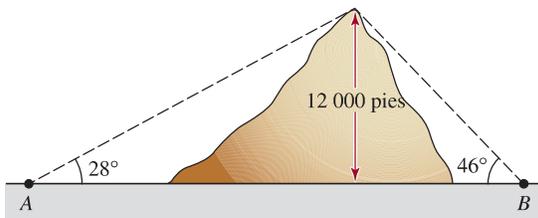
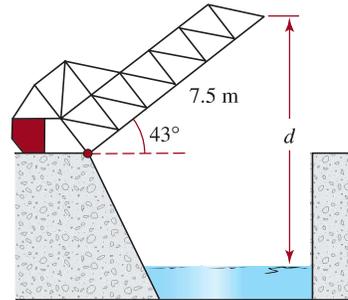
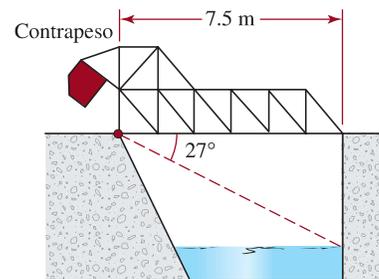


FIGURA 10.2.11 Montaña del problema 11

12. Un puente levadizo* mide 7.5 m de orilla a orilla, y cuando se abre por completo forma un ángulo de 43° con la horizontal. Véase la FIGURA 10.2.12a). Cuando el puente se cierra, el ángulo de depresión de la orilla a un punto en la superficie del agua bajo el extremo opuesto es de 27° . Vea la figura 10.2.12b). Cuando el puente está totalmente abierto, ¿cuál es la distancia d entre el punto más alto del puente y el agua?



a) Puente abierto



b) Puente cerrado

FIGURA 10.2.12 Puente levadizo del problema 12

13. Una bandera está en la orilla de un acantilado de 50 pies de altura, en la orilla de un río de 40 pies de ancho. Vea la FIGURA 10.2.13. Un observador en la orilla opuesta del río mide un ángulo de 9° entre su visual a la punta del asta y su visual a la base del asta. Calcule la altura del asta.

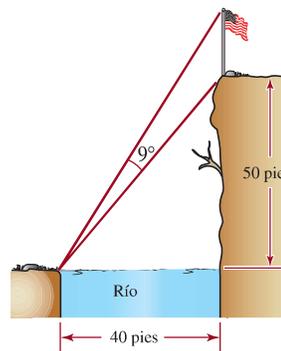


FIGURA 10.2.13 Asta de bandera del problema 13

* El puente levadizo de la figura 10.2.12, donde el claro está balanceado continuamente por un contrapeso, se llama puente *basculante*.